

考虑参数空间变异结构的结构化交叉约束 随机场模拟方法研究

夏侯云山¹, 张 抒¹, 唐辉明^{1,2}, 刘 晓¹, 吴 琼²

(1. 中国地质大学(武汉)教育部长江三峡库区地质灾害研究中心, 湖北 武汉 430074;

2. 中国地质大学(武汉)工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘 要: 斜坡岩土体抗剪强度参数的空间变异性具有一定的结构性。为研究岩土体参数空间变异结构对边坡失效概率的影响, 依据变异函数的内涵推导出变程与相关距离的数学变换关系, 并在此基础上提出了结构化交叉约束随机场模拟方法, 用以模拟具有互相关性的参数随机场。建立了结构化交叉约束随机场计算模型, 研究不同空间变异结构的抗剪强度参数对边坡失效概率的影响。研究表明: 结构化交叉约束随机场可用于生成模拟具有复杂各向异性空间变异结构的参数随机场, 由于考虑了随机偏差、条件数据和空间变异结构, 能较为真实地反映地层实际参数, 数据波动较条件参数插值场小。可靠性分析结果表明: 不考虑抗剪强度参数空间结构分析易高估边坡的失效概率; 考虑 c' 和 ϕ' 互相关性时, 失效概率随着相关系数的增加而增加, 当参数间呈负相关性时更容易高估边坡的失效概率。

关 键 词: 空间变异结构; 结构化交叉约束随机场; 边坡稳定性; 失效概率

中图分类号: P642

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2019) 12-4935-12

Study of structural cross-constraint random field simulation method considering spatial variation structure of parameters

XIAHOU Yun-shan¹, ZHANG Shu¹, TANG Hui-ming^{1,2}, LIU Xiao¹, WU Qiong²

(1. Three Gorges Research Center for Geo-hazard of Ministry of Education, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China;

2. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract: The spatial variability of shear strength parameters of rock and soil mass on slopes is structural. Aimed at studying the effect of spatial variability structure of rock and soil parameters on failure probability of slopes, the transformation relationship between range and correlation distance is deduced based on the mathematical intension of variogram firstly. The simulation method of structural cross-constraint random field is proposed to simulate the cross-correlated parameters random fields. In order to study the effect of shear strength parameters with different spatial variation structures, a slope calculation model of structural cross-constraint random field is established. The results show that the structural cross-constraint random field can reflect real formation parameters by considering random deviation, conditional data and different spatial variation structures. Compared with conditional parameter interpolation field, the proposed method is suitable for parameters with more complex spatial variation structures, i.e. directionality and anisotropy, and the generated data have less fluctuation. The reliability analysis also reveals that the failure probability of slopes is prone to be overestimated without considering the spatial structure parameters. The failure probability increases with the increase of the correlation coefficient when the correlation between the two factors is considered. It is easier to overestimate the slope failure probability under the scenario of negative correlation between c' and ϕ' .

Keywords: spatial variation structure; structural cross-constraint random field; slope stability; failure probability

1 引 言

岩土体在各个地质时期, 由于物质组成、沉积

条件、地质构造运动及内外动力地质作用等因素的影响, 在空间上形成不同的空间结构, 表现出局部的随机性和整体的结构性, 也即岩土体的物理力学

收稿日期: 2018-11-12

基金项目: 国家重点研发计划 (No.2017YFC1501304); 国家自然科学基金 (No.41807271, No.41877259, No.41572279)。

This work was supported by the National Key R&D Program of China (2017YFC1501304) and the National Natural Science Foundation of China (41807271, 41877259, 41572279).

第一作者简介: 夏侯云山, 男, 1993 年生, 硕士研究生, 主要从事岩土体不确定性特征及边坡稳定性方面的研究。E-mail: xhys_2017@foxmail.com

通讯作者: 张抒, 女, 1985 年生, 博士, 助理研究员, 主要从事岩土体不确定性特征及边坡稳定性方面的研究。E-mail: szhang@cug.edu.cn

参数具有很强的空间变异性^[1-2]。这种参数的空间变异性是工程中随机性的主要表现,因而准确地描述这种空间变异性是进行可靠性分析的前提。实际上,参数的空间变异性通常具有结构性,即参数的空间变异结构,包括空间变异的类型(各向同性或各向异性)、空间变异的程度和空间变异的定向性等^[3]。工程实际中,由于预算和场地条件等多方面因素的限制,大多数情况很难获得充足的室内或者现场试验数据,有限的空间数据主要包括静力触探试验(CPT)^[4]、十字板剪切试验(VST)以及相对集中的室内试验^[5]。

目前基于随机场模型研究岩土体参数的空间变异性已经取得了一系列成果^[6-11]。这种方法通过 Vanmarcke^[12]提出的土性剖面随机场模型来显性地考虑土体参数空间变异性。其中,相关距离、相关函数和方差折减函数是描述随机场模型最基本的 3 个指标。基于随机场模型的可靠性分析,核心问题就是随机场的生成。目前,生成的随机场大致可以分为两类。

第 1 类为非条件随机场(unconditional random field, URF)^[13-17],这种随机场将岩土体的物理力学参数视为服从一定的概率分布的随机变量,利用变量的均值、方差和相关距离等核心参数来生成完全随机场,用以表征岩土参数的空间变异性。然而,这种非条件随机场没有充分利用有限的现场试验数据和监测资料等来约束岩土体参数在空间特定位置上的分布,对于变异性小的土体参数来讲是合理的,但如果土体参数变异性较大,在局部区域就可能会造成参数波动很大,易造成对具体场地岩土参数空间变异性的过高估计^[8, 18]。

第 2 类为条件随机场(conditional random field, CRF)^[3, 18-24],这种随机场实则是结合观察值集合,并基于目标函数在给定的约束条件下生成的随机场。条件随机场相对于非条件随机场,充分利用了空间实测数据,从而随机场的赋值可靠性予以提升。目前这种方法仍存在问题:①条件随机场的生成对于各向同性及正交各向异性的空间变异结构研究居多,对于具有定向性的复杂各向异性的空间变异结构,尤其是带状各向异性的空间变异结构涉及较少;②现有的条件随机场模拟方法计算过程较为复杂,计算效率低。如 Bayes 方法受参数的先验统计信息影响较大^[20],马尔科夫链蒙特卡洛模拟法生成的约束随机场对于多参数(多维)样本接受概率低且计算量大^[23];③随机场的生成过程中较少综合考虑多维参数的交叉影响,主要是单参数变量离散

随机场^[3, 18, 25]。

工程边坡中,岩土体抗剪强度参数变异性对边坡的稳定性具有很大的影响。目前对抗剪强度参数条件随机场模拟方法也有了一定的研究,如吴振君等^[18]基于 Kriging 插值技术建立的岩土参数约束随机场并在其基础上计算边坡的失效概率。Griffiths 等^[17]利用局部平均法描述岩土参数的随机特性,然后采用有限元强度折减法分析了边坡的稳定性,最后基于 Monte-Carlo 法得到了边坡的破坏概率。蒋水华等^[26]研究了土体参数空间变异性的多层土坡系统可靠度问题。李典庆等^[27]考虑了抗剪强度参数随深度变化时参数空间变异对边坡稳定性的影响。然而,这些研究对于各向同性及正交各向异性的空间变异结构研究居多,而对于更为复杂的具有定向性的各向异性及带状各向异性空间变异结构的研究涉及较少。目前也有部分学者利用地统计学方法对斜坡岩土体参数的复杂空间变异结构研究^[3],但并未对变异函数和相关函数的数学关系进行系统讨论。

针对目前研究现状,本文的研究目标为:①基于变差函数与相关函数的数学内涵,对变程和相关距离的数学关系进行分析;②提出一种考虑参数空间变异结构的结构化交叉约束随机场(structural cross-constraint random field, SCC)模拟方法,利用实际空间参数作为条件约束数据,同时考虑了岩土体参数空间变异结构和不同参数变量间的交叉相关性来进行结构化条件随机场的模拟;③依据②中所提出的随机场模拟方法研究考虑土体抗剪强度空间变异结构的边坡的稳定性。

2 空间变异结构

2.1 变差函数及空间变异结构

若数据存在各向异性,则在不同方向上,数据的变异情况有可能不同,通常可以借助协方差函数或者变异函数对数据进行各向异性分析。协方差函数和变异函数表示同属性下两随机变量之间的差异,是进行结构随机场模拟的基础^[28]。当 $Z(x)$ 为区域化随机变量时, $Z(x)$ 的协方差函数为空间两点 x 和 $x+h$ (h 为两样本点间距的向量)处的随机变量 $Z(x)$ 与 $Z(x+h)$ 的二阶混合中心距,表示随机变量不同位置取值的起伏(均值)变化的相关程度。类似地, $Z(x)$ 的半变异函数(变异函数)定义为随机变量 $Z(x)$ 与 $Z(x+h)$ 空间中距离为 h 的两变量的方差的一半,记为 $\gamma(x, x+h)$ 。在(准)二阶平稳假设的前提下,变异函数亦可改写为 $\gamma(h)$ 。

当考虑不同属性的区域化变量之间的相关性即协同区域化变量 (coregionalization variable) 时, 交叉协方差函数 (cross covariance) 和交叉变异函数 (cross variogram) 则能更好地考虑多个区域化变量之间的相关性和结构性。

假设每一个区域化随机变量为 $Z_k(x)$, 满足 (准) 二阶平稳假设, 交叉变异函数仅仅依赖于距离 h , 而与位置 x 无关时, 对任意 h 有: $E[Z_k(x+h)] = E[Z_k(x)]$ 。对于空间中点 x 和 $x+h$ 处, 获得的区域化变量数据 $Z_k(x)$ 、 $Z_{k'}(x)$ 、 $Z_k(x+h)$ 、 $Z_{k'}(x+h)$ 值, 则交叉协方差函数可表示为

$$C_{kk'}(x, x+h) = C_{kk'}(h) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} \{ [Z_k(x_i) - m_k] [Z_{k'}(x_i+h) - m_{k'}] \} = \\ & \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z_k(x_i) Z_{k'}(x_i+h) - m_k m_{k'}] \end{aligned} \quad (1)$$

相应的交叉变异函数为 $\gamma_{kk'}(h)$, 即

$$\gamma_{kk'}(x, x+h) = \gamma_{kk'}(h) =$$

$$\frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} \{ [Z_k(x_i+h) - Z_k(x_i)] [Z_{k'}(x_i+h) - Z_{k'}(x_i)] \} \quad (2)$$

式中: $N(h)$ 为分隔变量为 h 时的样本对数; m_k 和 $m_{k'}$ 分别为 $Z_k(x_i)$ 和 $Z_{k'}(x_i+h)$ 的样本平均数。

当 $k=k'$, 交叉协方差函数转化为协方差函数, 交叉变异函数转化为变异函数。因此, (交叉) 协方差函数和 (交叉) 变异函数都可作为一个距离的函数, 都可以对区域化变量进行空间分析和结构分析。图 1 为一典型的变异函数图及其对应的协方差函数图。半变异值 $\gamma(h)$ 随着距离增大而增大, 协方差 $C(h)$ 随着距离增大而减小。在半变异曲线图中有两个非常重要的点: 距离为 0 时的点和半变异函数趋

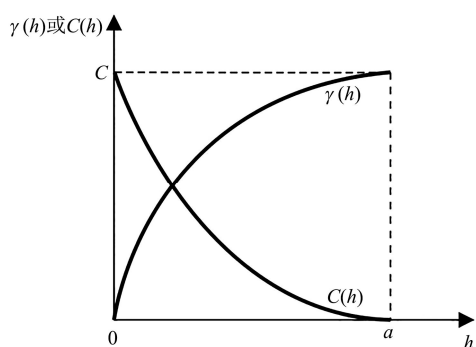
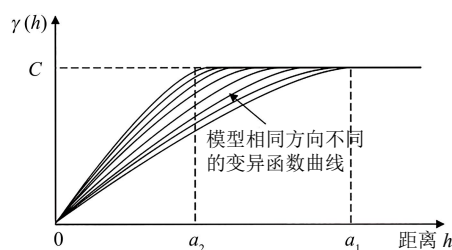


图 1 典型的变异函数图与协方差函数图

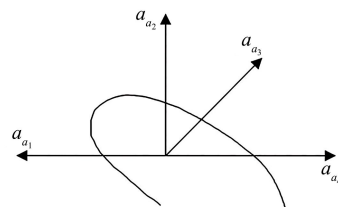
Fig.1 Representative diagrams of semi-variogram and covariance

近平稳时的拐点。由这两个点产生相应的参数: 变程 a 、基台值 C , 其中变程含义表示了在这种观测尺度下, 空间相关性的作用范围。

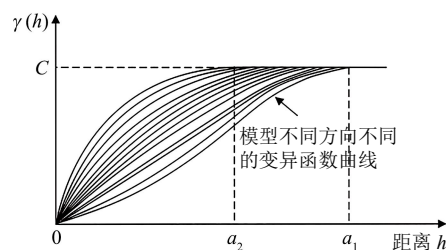
但由于实际中数据的变异性往往比较复杂, 可能存在不同方向上有不同的变异性, 或者同一方向上包含不同尺度的多层次变异性, 这样往往无法用一种模型来拟合分析, 这时就必须进行结构分析。而不同方向上的 $\gamma(h)$ 能反映出 $Z(x)$ 空间变异结构性。当区域化变量在不同方向表现出的变异程度相同而连续性不同时称为几何异性。几何异性具有相同的基台值, 而变程不同, 如图 2(a) 表示理论模型相同而变程不同的变异函数曲线图, 图 2(b) 表示不同方向 a_{ai} 上近似椭圆变程方向图。几何异性可通过



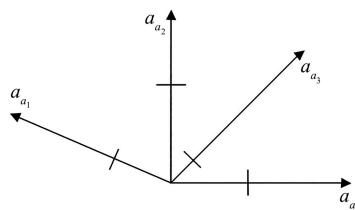
(a) 几何各向异性变异函数示意图



(b) 几何各向异性变程方向图



(c) 复杂各向异性变异函数示意图



(d) 复杂各向异性变程方向图

图 2 变异函数图

Fig.2 Variogram diagrams

线性变换转化为各向同性进行处理。当不同方向上的变异函数不仅具有不同的理论模型,而且具有不同的变程时,称为性状与变程双重各向异性的空间变异结构,亦成为带状各向异性,如图 2(c)和 2(d)所示,可通过不同简单各向同性变异结构和几何异性变异结构套合进行处理^[29]。

因此,利用变异函数可以直观而又相对简便地表示复杂各向异性的空间变异结构,从而用于插值和模拟计算。

2.2 变程与相关距离数学关系

岩土参数空间变异结构研究方面,Zhu 等^[30]提出了多种空间各向异性结构的相关函数求取方法来表征岩土参数空间变异性。根据随机场理论,当土性剖面符合一维齐次正态随机场,考虑一维齐次随机场在 $[z, z+h]$ 上的随机积分^[31]:

$$Y_h(z) = \frac{1}{h} \int_z^{z+h} Y(z) dz \quad (3)$$

式中: $Y(z)$ 表示一维齐次随机场; z 为随机函数坐标。令:

$$\Gamma^2(h) = \frac{\text{Var}[Y_h(z)]}{\sigma^2} = \frac{2}{h} \int_0^h \left(1 - \frac{\tau}{h}\right) \rho(\tau) d\tau \quad (4)$$

式中: $\rho(\tau)$ 为相关函数; $\text{Var}[Y_h(z)]$ 为空间距离为 h 时随机场 $Y_h(z)$ 的方差; $\Gamma^2(h)$ 为方差折减函数。Vanmarcke^[12]又提出了方差折减函数与相关距离之间的数学关系:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} h \Gamma^2(h) = 2 \lim_{h \rightarrow \infty} \int_0^h \left(1 - \frac{\Delta z}{h}\right) \rho(\Delta z) d(\Delta z) = 2 \int_0^\infty \rho(\Delta z) d(\Delta z) = \delta \quad (5)$$

式中: δ 为相关距离; $\rho(\Delta z)$ 为相关函数。同时对于某一维随机变量,假设其为二阶平稳,则变异函数 $\gamma(h)$ 、协方差函数 $C(h)$ 之间存在如下关系:

$$\gamma(h) = \sigma^2 - C(h) = C(0) - C(h) \quad (6)$$

其中 $C(0)$ 为先验方差。同时,根据定义,相关系数数学表达式为

$$\rho = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (7)$$

式中: n 表示数据个数; $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 为第 1 个变量的数据系列; m_x 为第 1 个变量数据均值; σ_x

为其标准方差; $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ 为第 2 个变量的数据系列; m_y 为第 2 个变量数据均值; σ_y 为其标准方差。上式分子部分即为协方差表达式,记作 C_{xy} ,所以有

$$\rho = \frac{C_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (8)$$

引申到样本空间数据点位置取值分析,则

$$\rho = \frac{C_{Z(X)Z(Y)}}{\sigma_{Z(X)} \sigma_{Z(Y)}} \quad (9)$$

在平稳条件下,进一步表达为

$$\rho(h) = \frac{c(h)}{\sigma^2} \quad (10)$$

式(10)表明了相关函数与协方差函数之间的数学关系,因此有 $\gamma(h) = \sigma^2(1 - \rho(h))$ 。如对于变差函数为标准球状模型的情况,所对应的相关距离与变程之间的关系为

$$\delta = 0.75a \quad (11)$$

3 结构化交叉约束随机场模拟方法

工程斜坡的岩土参数在空间上表现为局部的相关性和整体的结构性。基于此,本文提出结构化交叉约束随机场的概念,只需要对协同区域化变量各已知方向上的交叉变异函数进行设定,从而实现考虑具有定向性的各向异性空间变异结构(包括几何异性和带状异性)的随机场模拟。根据实际的采样数据或者钻孔数据作为条件约束数据,通过协同克里金法(Cokriging)考虑多个变量间空间结构(交叉性、相关性)生成未知点数据。

假设已获取研究区域随机场 $Z(x)$ 在点位为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ 的观测数据包 $Z_1(x), Z_2(x), Z_3(x), \dots, Z_k(x)$,每个数据包含多个观察量。假设这些观察量所指向的属性变量相互关联,即为协同区域化变量,则这些变量可视为一个 k 维微小的实测随机场,可以用一组 k 个相关的区域化变量 $\{Z_1(x), Z_2(x), Z_3(x), \dots, Z_k(x)\}$ 表示。而点位 $x_{k+1}, x_{k+2}, x_{k+3}, \dots, x_n$ 的数据 $Z_{k+1}(x), Z_{k+2}(x), Z_{k+3}(x), \dots, Z_n(x)$ 未知。根据 Cokriging 法,结合空间变异结构模拟结构化交叉约束随机场。在模拟的随机场中,点位 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ 为已知点的观测数据,点位 $x_{k+1}, x_{k+2}, x_{k+3}, \dots, x_n$ 为通过约束数据考虑空间结构计算的数据。其建立的流程图见图 3,主要步骤如下:

(1) 保证所研究区域化变量内的观测数据(条

件数据) $Z_1(x)$, $Z_2(x)$, $Z_3(x)$, $\dots$, $Z_k(x)$ 要转换为正态分布, 对数正态和正态转换关系为

$$\sigma_{\ln x} = \sqrt{\ln(1 + (\sigma_x / \mu_x)^2)} \quad (12)$$

$$\mu_{\ln x} = \ln \mu_x - 1/2\sigma_{\ln x}^2 \quad (13)$$

然后求取转换后数据的均值、方差及相关距离, 再通过局部平均法建立 k 个完全随机场, 记作 $Z_u(x)$ 。

(2) 基于 CoKriging 方法根据预设的交叉变差函数模型 $\gamma_{kk'}(h)$, 在已获取的条件数据下对未知点 x_{k+1} , x_{k+2} , x_{k+3} , $\dots$, x_n 的变量进行最佳线性无偏估计, 生成条件参数插值场, 记作 $Z_{ck}(x)$ 。其中, 最佳线性无偏估计系统方程为

$$K\lambda = M \quad (14)$$

式中: K 为协同克里金矩阵, 为已知点函数; λ 为权重向量; M 为已知点和未知点的函数; μ 为拉格朗日乘子。

$$K = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & L & \bar{C}_{1n} & \bar{C}_{11'} & \bar{C}_{12'} & L & \bar{C}_{1m'} & 1 & 0 \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & L & \bar{C}_{2n} & \bar{C}_{21'} & \bar{C}_{22'} & L & \bar{C}_{2m'} & 1 & 0 \\ M & M & & M & M & M & & M & M & M \\ \bar{C}_{n1} & \bar{C}_{n2} & L & \bar{C}_{nn} & \bar{C}_{n1'} & \bar{C}_{n2'} & L & \bar{C}_{nm'} & 1 & 0 \\ \bar{C}_{1'1} & \bar{C}_{1'2} & L & \bar{C}_{1'n} & \bar{C}_{1'1'} & \bar{C}_{1'2'} & L & \bar{C}_{1'm'} & 0 & 1 \\ \bar{C}_{2'1} & \bar{C}_{2'2} & L & \bar{C}_{2'n} & \bar{C}_{2'1'} & \bar{C}_{2'2'} & L & \bar{C}_{2'm'} & 0 & 1 \\ M & M & & M & M & M & & M & M & M \\ \bar{C}_{m'1} & \bar{C}_{m'2} & L & \bar{C}_{m'n} & \bar{C}_{m'1'} & \bar{C}_{m'2'} & L & \bar{C}_{m'm'} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & L & 1 & 0 & 0 & L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L & 0 & 1 & 1 & L & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ M \\ a_n \\ b_1 \\ b_2 \\ M \\ b_m \\ -\mu_1 \\ -\mu_2 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} \bar{C}_{01} \\ \bar{C}_{02} \\ M \\ \bar{C}_{0n} \\ \bar{C}_{01'} \\ \bar{C}_{02'} \\ M \\ \bar{C}_{0m'} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

求解式中 λ , 相应的协同克里金估计值为

$$Z_{ck}(x) = \sum_{i=1}^n a_i u_i + \sum_{j=1}^m b_j v_j \quad (15)$$

式中: u_i 表示第 i 个硬数据; v_j 表示第 j 个软数据; a_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), b_j ($j = 1, 2, 3, \dots, m$)

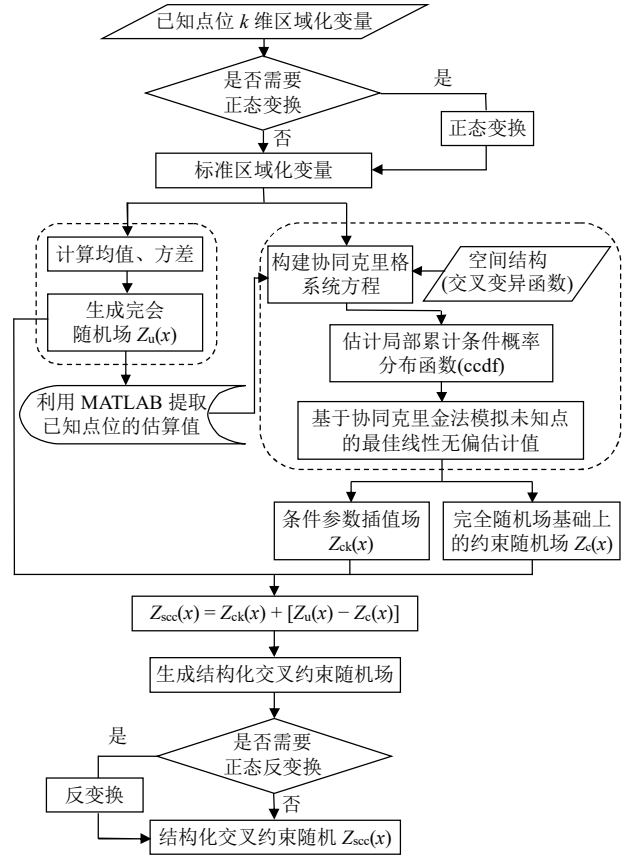


图 3 结构化交叉约束随机场建立流程图

Fig.3 Flow chart of establishing method of SCC

分别为硬数据和软数据的权重系数; n 和 m 分别为软数据和硬数据的数目, 且有 $\sum_{i=1}^n a_i = 1$, $\sum_{j=1}^m b_j = 0$ 。

(3) 利用编写的 Matlab 程序提取完全随机场点为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ 的估算值 $Z_u(x_1), Z_u(x_2), Z_u(x_3), \dots, Z_u(x_k)$ 作为 (2) 中 CoKriging 插值的条件数据, 再按照 (2) 重新建立一个完全随机场基础上的约束随机场, 记作 $Z_c(x)$ 。

最后将以上 3 种场叠加生成结构化交叉约束随机场, 记作 $Z_{scc}(x)$ 表达式为

$$Z_{scc}(x) = Z_{ck}(x) + [Z_u(x) - Z_c(x)] \quad (16)$$

式 (16) 生成的随机场考虑了多维区域化变量之间关系, 结合了多种信息进行预测估计, 同时引入了空间变异结构, 与实际工程情况更加符合。式 (16) 中, 在已知点位 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ 上, $Z_u(x) = Z_c(x)$, 因此, $Z_{scc}(x) = Z_{ck}(x)$, 也即已知点位数据即为采样数据。在未知点位处, 则把 $Z_u(x) - Z_c(x)$ 定义为约束场的随机偏差, 生成未知点位的数据为 CoKriging 插值数据加上约束场的随机偏差。

根据模拟的岩土参数随机场数据, 基于非侵入式随机有限元法的架构^[10, 32], 通过有限元分析软件

GEOSTUDIO, 进而通过修改模型接口源文件实现了二维随机场与 GEO-SEEP/W、GEO-SLOPE/W、GEO-SIGMA/W 模块相结合的有限元分析^[3]。通过 N 组随机场数据的 N 次计算, 将计算结果文件进行提取并进行统计分析, 从而进行可靠度分析。

4 算例模型

本文拟根据所提出的结构化交叉约束随机场的模拟方法研究土体黏聚力和内摩擦角的空间变异结构对工程边坡稳定性的影响。采用的边坡模型算例如图 4 所示, 坡高为 5 m, 坡长为 30 m, 坡比为 1:2, 坡脚为 β 。建立行数 20, 列数为 60 的网格进行模拟, 共划分 910 个单元和 982 个节点。坡体表面设置为降雨边界, 降雨强度设置为 1.0×10^{-7} m/s, 坡体两侧水位线以上及底面为隔水边界, 地下水位线以下为定水头边界, 左侧水位 GB 取 6 m, 右侧水位取 1 m。本算例采用的土体参数如表 1 所示。图 4 中黑色单元为模拟实际勘察情况而假定的取样位置。

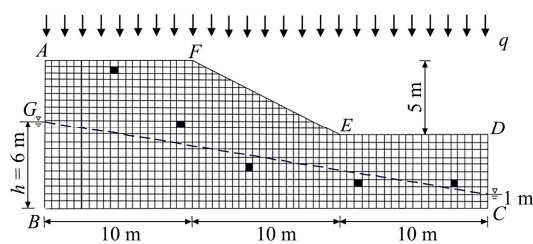


图 4 边坡模型
Fig.4 Slope model

表 1 土体参数

Table 1 Soil mechanical parameters

参数	物理意义	均值	变异系数	分布类型
$K/(m/s)$	饱和渗透系数	5×10^{-5}	—	确定值
$\lambda/(kN/m^2)$	单位重度	20	—	确定值
E/MPa	弹性模量	100	—	确定值
c'/kPa	有效黏聚力	10	0.3	对数正态
$\phi'(^{\circ})$	有效内摩擦角	15	0.2	对数正态

为获取边坡的地下水位线, 本文先用 SEEP/W 进行边坡有限元渗流分析, 再将计算所得孔隙水压力结果导入 SIGMA/W 模块获取应力分布, 然后在 SLOPE/W 模块中建立一个确定性边坡稳定分析模型。模型文件另存为“SLOPE.xml”, 将其作为输入文件^[33]。

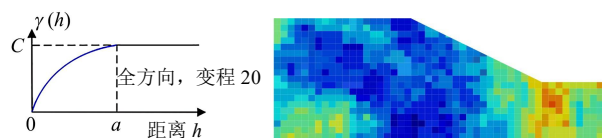
5 随机场模拟结果

5.1 结构化交叉约束随机场模拟结果

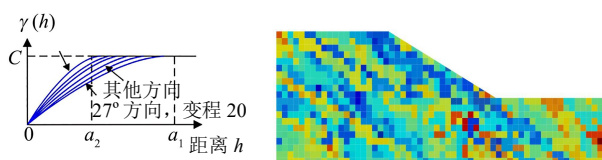
本文分别模拟了各向同性和几何各向异性 2 类

空间变异类型共 4 种不同空间变异结构的抗剪强度参数随机场, 图 5 中左边所示为各方向的变差函数图。采用的半变异函数为块金值为 0 的标准球状模型, 公式为

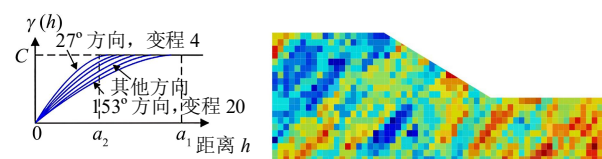
$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ \frac{3}{2} \frac{h}{a} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{a^3} & 0 < h \leq a \\ 1 & h > a \end{cases} \quad (17)$$



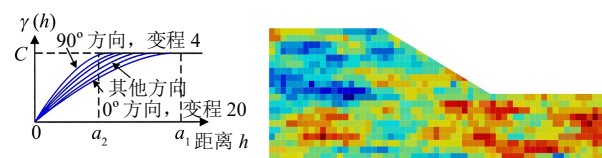
(a) 各向同性, $k = 1$



(b) 各向异性, $\delta = \beta$, $k = 10$



(c) 各向异性, $\delta = 180^{\circ} - \beta$, $k = 10$



(d) 各向异性, $\delta = 90^{\circ}$, $k = 10$

图 5 不同空间结构黏聚力随机场的典型实现
Fig.5 Typical realizations of cohesion random fields considering different spatial variation structures

对于几何异性空间变异结构, 变程方向图近似为椭圆, a_1 和 a_2 分别为椭圆变程的长短轴。此处引入各向异性比 $k = a_1/a_2$ 以表示各向异性的程度, 当 $k = 1$ 时表示各向同性。本文采用 Suchomel^[34]一文中提出的抗剪强度垂直相关距离 $\delta_h = 2.7$ 和水平相关距离 $\delta_v = 27$, 通过 2.2 节中的变程和相关距离的换算关系获得最大主变程 $a_1 = 20$ m 和最小主变程 $a_2 = 2$ m。本文模拟了土的黏聚力 4 种不同空间变异结构的情况, 其变程方向图如图 5(a)~5(d)所示。其中, 各向同性结构呼 5(a)为全方向变程为 20 m 的情况; 各向异性结构 b、c、d (图 5(b)、5(c)、5(d)) 分别对应为变程比相同但空间变异主方向 (δ) 不同

的 3 种情况。图 5 同时也展示了这 4 种空间结构土坡黏聚力随机场的一次典型实现, 可见分别为均质、与坡面平行、与坡面相交和水平。

图 6 与图 7 分别为随机场模拟过程中完全随机场的一次典型实现 $Z_u(x)$ 与采用已知条件数据进行 CoKriging 插值所得的条件参数插值场 $Z_{ck}(x)$ 示意图。对比 3 种随机场可知, 采用结构化交叉约束随机场模拟方法, 将完全随机场与 CoKriging 法进行结合, 在 $Z_{ck}(x)$ 基础上考虑随机偏差, 考虑了具有定向性的复杂各向异性空间变异结构, 生成的数据不仅再现了研究区域参数的二阶统计特性, 而且通过调整不同方位变异函数的参数即可进行考虑复杂各向异性的空间变异结构类型的随机场模拟, 从而较为真实地反应地层参数的实际空间变异性。

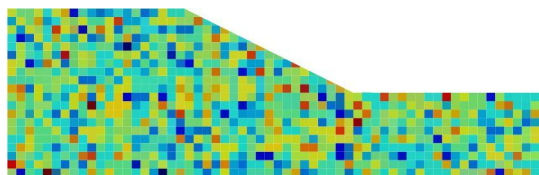


图 6 黏聚力完全随机场实现

Fig.6 The realization of cohesion random field

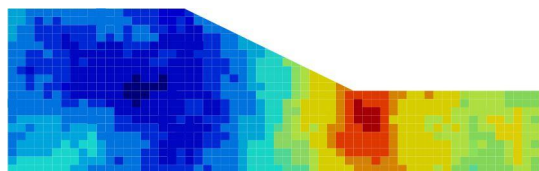


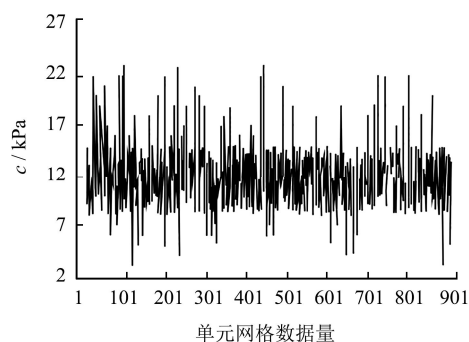
图 7 不考虑随机偏差的条件参数插值场实现

Fig.7 Structured parametric random field without considering random deviations

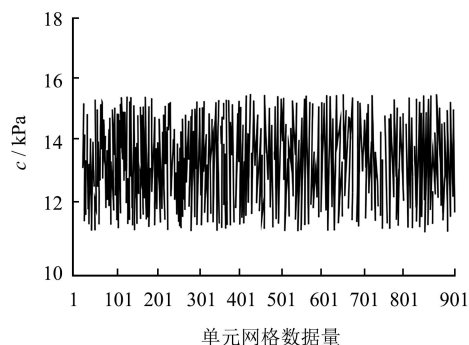
图 8 为提取的黏聚力随机场模拟的参数波动范围, 易知, 与条件参数插值场相比, 结构化交叉约束随机场 $Z_{scc}(x)$ 模拟的数据波动较小。由于没有考虑随机偏差, 条件参数插值场 $Z_{ck}(x)$ 的参数受局部区域参数影响较大, 造成参数局部变异性增大, 表现为波动幅度较大。而结构化交叉约束随机场数据不受局部参数的影响, 由于考虑了不同方向上的变程, 随着变程的增大, 纳入约束数据对在增多, 条件化模拟更趋于严格和精确, 生成的参数场团块化趋势逐渐减小, 模拟的参数场更趋于严格。

5.2 抗剪强度参数交叉约束随机场模拟

结构化交叉约束随机场模拟方法不仅可以有效实现单一区域化变量不同空间变异结构类型的参数随机场模拟, 而且对于考虑多个区域化变量之间的空间相关性和统计相关性也具有一定的优势。当考



(a) 条件参数插值场参数波动范围



(b) 结构化交叉约束随机场参数波动范围

图 8 不同随机场的波动范围

Fig.8 Fluctuating range of different random fields

虑多个区域化变量互相关性时, 计算的交叉变异函数可以为正也可以为负, 亦即生成的参数场间为正相关或者负相关。

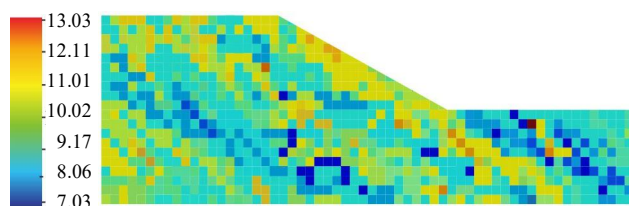
模拟具有一定相关性的黏聚力和内摩擦角的随机场时, 通过考虑多元区域化变量的影响, 在生成原始区域化变量随机场的同时利用软数据去约束硬数据, 约束条件为软数据和硬数据的交叉变异函数 $\gamma_{kk'}(h)$ 或者交叉协方差函数 $C_{kk'}(h)$, 进而得到考虑多区域化变量间相关性的黏聚力和内摩擦角随机场实现。

本文充分考虑了黏聚力与内摩擦角的互相关性, 基于结构化交叉约束随机场模拟方法, 考虑图 5(b)、5(c) 两种空间变异结构, 对参数的随机场进行模拟, 如图 9 所示, 两种空间变异结构 (分别类似于顺向坡与逆向坡) 的参数均呈现出明显的负相关性。对于相同的空间结构, 黏聚力大的区域 (图中深色区域) 对应的内摩擦角就小 (图中浅色区域), 且分布规律类似。

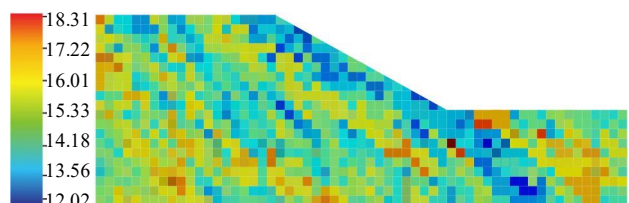
6 考虑参数空间变异结构的边坡可靠性分析

6.1 不考虑抗剪强度参数互相关性的边坡可靠性

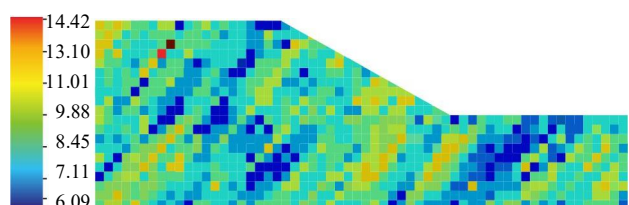
针对 5.1 节中不考虑抗剪强度参数互相关性模



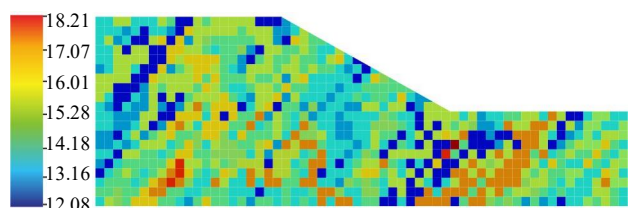
(a) 各向异性结构 b, 黏聚力随机场



(b) 各向异性结构 b, 内摩擦角随机场



(c) 各向异性结构 c, 黏聚力随机场



(d) 各向异性结构 c, 内摩擦角随机场

图9 考虑协同区域化变量的结构化交叉约束随机场实现
Fig.9 Implementation of structured cross constrained random fields considering cooperative regionalization variables

拟的不同空间变异结构土体黏聚力和内摩擦角参数结构化交叉约束随机场, 分别进行了 $\mu_{\ln c'} = 2.3$, $\mu_{\ln \phi'} = 3.4$, 变异系数 V_c 为 0.1、0.25、0.3、0.4、0.5、1 条件下的失效概率计算, 同时将计算结果与完全随机场的计算结果进行对比。

图 10 所示为只考虑黏聚力空间变异结构的失效概率计算结果。可以看出随着黏聚力的变异系数增大, 结构化交叉约束随机场计算的失效概率在逐步增大。考虑空间各向同性结构时模拟的随机场 a 与完全随机场和条件参数插值场的失效概率相差不大, 表现为完全随机场大于随机场 a, 随机场 a 又大于条件参数插值场, 在相同变异系数条件下增加的幅度不甚明显。结构化交叉约束随机场中, 各向

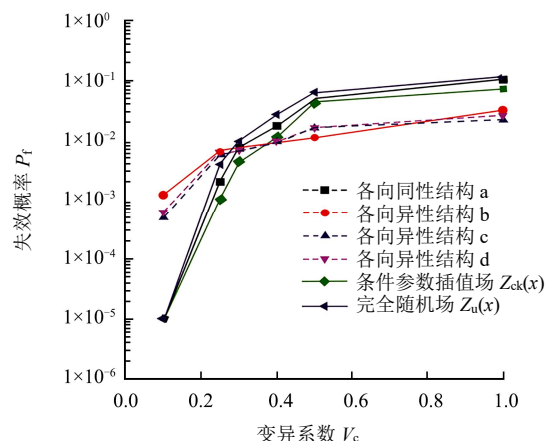


图10 考虑黏聚力空间变异性不同随机场的失效概率与变异系数关系图

Fig.10 Considering the variation of failure probability of cohesion spatial variation with variation coefficient

同性结构与各向异性结构的失效概率变化有明显区别。在弱变异条件下, 各向异性结构计算的失效概率远大于各向同性结构, 在变异系数为 0.1 时, 差距可达近 2 个数量级; 随着变异系数的增大, 差距不断缩小; 当变异系数大于 0.4 时, 各向异性结构计算的失效概率反而小于各向同性结构, 差距为近 1 个数量级。各向异性结构的失效概率总体相近, 在变异程度较小时, 失效概率的增幅较大; 在变异程度较大时计算的失效概率的增幅较小。这表明, 土体参数空间变异结构对于坡体的稳定可靠性具有一定影响, 这种影响在参数强变异性和弱变异性条件下差异明显, 如若忽略土体参数的空间结构明显会高估边坡的失效概率。

图 11 为只考虑内摩擦角空间变异结构的失效概率计算结果。如图所示, 失效概率的变化规律与考虑黏聚力空间变异计算的结果类似, 失效概率总体随着变异系数的增大而增大, 但当变异系数大于 0.25 时, 失效概率的增大幅度明显减小。对比黏聚力和内摩擦角失效概率图可知, 在弱变异情况下, 黏聚力场中 b、c、d 3 种空间结构计算的失效概率和完全随机场、条件参数插值场以及空间结构 a 场是明显不一样的。而对于内摩擦角随机场则差别较小。这表明, 相对于黏聚力空间变异, 内摩擦的空间变异对边坡稳定性影响更小, 这种情况和袁薇等^[35]的研究成果类似。

考虑空间各向同性结构时模拟的随机场 a 与结构化参数随机场和非条件随机场的失效概率相差不大, 表现为非条件随机场大于随机场 a, 随机场 a 又大于结构化参数随机场, 其中结构化参数随机场

的结果与前两者之间差距较为明显。4 种空间结构中, 各向同性结构 a 计算的失效概率大于各向异性结构。在弱变异条件下, 计算的失效概率增幅远大于强变异条件下的增幅, 更进一步表面参数空间结构对边坡的稳定性有一定的影响。

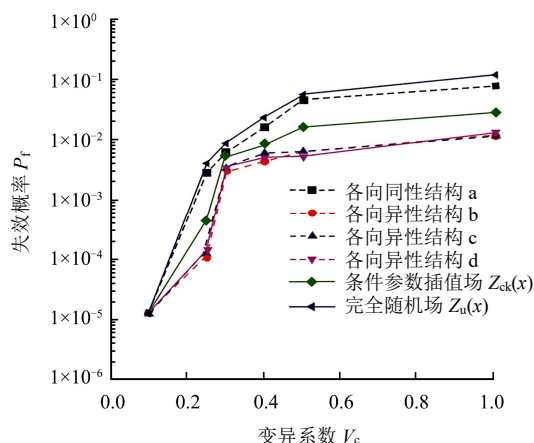


图 11 考虑内摩擦角空间变异失效概率随变异系数变化
Fig.11 Considering the variation of failure probability of internal friction angle spatial variation with variation coefficient

综上所述, 不论是考虑黏聚力还是考虑内摩擦角的空间变异性, 考虑各向异性结构的结构化参数随机场计算的失效概率比只考虑各向同性结构及相应的完全随机场和条件参数插值场计算的失效概率要小, 这说明不考虑空间变异结构模拟的参数随机场进行可靠度计算会高估了边坡的失效概率, 使得边坡设计方案趋于保守。

6.2 考虑抗剪强度参数互相关性的可靠性

基于结构化交叉约束随机场模拟具有互相关性的黏聚力和内摩擦角随机场, 研究参数之间相关性对边坡失效概率的影响。对每一种考虑的空间结构均进行 N 次实现, 计算每一次实现的相关系数, 提取多个符合要求的目标场进行可靠度分析。为了探讨土体抗剪强度参数 c' 和 φ' 间互相关性对边坡可靠度的影响规律, 分析不同相关系数下条件参数插值场和各向异性结构 c 随机场在黏聚力和内摩擦角变异系数为 0.4 条件下的失效概率。图 12 为绘制的失效概率随相关系数变化图。

结果表明, 由于考虑黏聚力和内摩擦角的相关性后, 基于结构化交叉约束随机场计算得到的失效概率随着相关系数的增加而增加, 相关系数从 -0.4 增大到 0 时, 失效概率由 3.1×10^{-5} 增大到 2.2×10^{-4} , 相差一个数量级; 相关系数从 0 增大到 0.4 时, 失

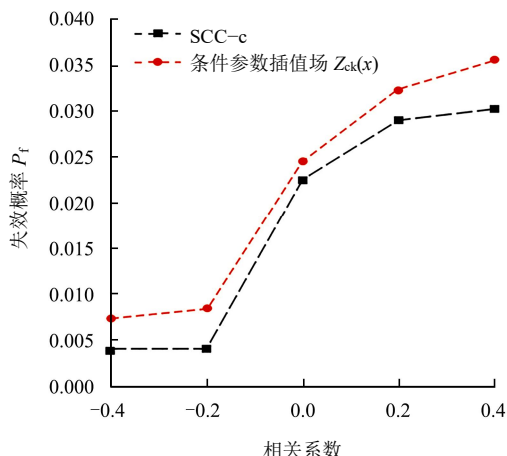


图 12 失效概率随相关系数变化
Fig.12 Variation of failure probability with correlation coefficient

效概率由 2.2×10^{-4} 增大到 2.8×10^{-4} 。这一结论与李典庆等^[33]得到的结果类似, 显然, 忽略土体参数空间变异性同样是高估了边坡的失效概率, 当 c' 和 φ' 间呈负相关性时更容易高估边坡的失效概率。而对于条件参数插值场 $Z_{ck}(x)$, 相关系数从 -0.4 增大到 0 时, 失效概率由 7.1×10^{-5} 增大到 2.35×10^{-4} ; 相关系数从 0 增大到 0.4 时, 失效概率由 2.35×10^{-4} 增大到 3.5×10^{-4} 。由于忽略了随机偏差的影响, 计算的失效概率相对于交叉随机场而言更趋于保守。这是因为随机场生成的约束条件在逐渐趋于严格, 条件参数插值场的生成采用了约束数据, 但忽略了随机偏差的影响, 使得数据的生成不够平稳, 局部变异较大, 相对于结构化交叉约束随机场, 计算的结果则相对大; 而结构化交叉约束随机场弥补了条件参数插值场的不足, 生成的数据不受局部参数的影响, 条件化模拟更趋于严格和精确。针对具有一定空间结构的地层模拟具有一定的优势。

7 结 论

基于变异函数的理论基础推导出变程与相关距离数学量转换关系, 并在此基础上提出了结构化交叉约束随机场模拟方法, 用以模拟具有互相关性的参数随机场。同时建立结构化交叉约束随机场计算模型, 用以验证该方法的有效性。主要结论如下:

(1) 结构化交叉约束随机场模拟方法不仅可以有效实现单一区域化变量各向同性、几何异性的空间变异结构类型的参数随机场模拟, 而且对于多个区域化变量之间的空间相关性和统计相关性也具有优势。生成的参数场受现场观测数据的约束, 同时考虑了空间参数结构性的影响。建立的结构化交叉

约束随机场能有效降低局部大变异条件下模拟的方差,从而得到较低的破坏概率。因此,通过结构化交叉约束随机场进行相应的边坡稳定性分析得到的结果更为可靠,同时还具有针对性。

(2) 抗剪强度参数空间结构对边坡的失效概率具有一定的影响,基于本文提出的随机场计算的失效概率与完全随机场和条件参数插值场计算的结果有一定的差别。在弱变异条件下忽略参数空间结构,失效概率增幅较大,在强变异条件下趋于平稳,忽略土体参数空间结构明显高估了边坡的失效概率。

(3) 考虑二者互相关性分析时,生成具有一定相关性的黏聚力和内摩擦角随机场。计算的失效概率随着相关系数的增加而增加,当 c' 和 ϕ' 间呈负相关性时更容易高估边坡的失效概率。

参考文献

- [1] 张征, 刘淑春, 鞠硕华. 岩土参数空间变异性分析原理与最优估计模型[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(4): 40—47.
ZHANG Zheng, LIU Shu-chun, JU Shuo-hua. The optimum estimation model and the principle of spatial variability analysis of rock and soil parameters[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1996, 18(4): 40—47.
- [2] RAHARDJO H, LIM T T, CHANG M F, et al. Shear-strength characteristics of a residual soil[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1995, 32(1): 60—77.
- [3] 张抒, 唐辉明, 刘晓, 等. 基于饱和渗透系数空间变异的斜坡渗流及失稳特征[J]. 地球科学, 2017, 43(2): 622—634.
ZHANG Shu, TANG Hui-ming, LIU Xiao, et al. Seepage and instability characteristics of slope based on spatial variation structure of saturated hydraulic conductivity[J]. **Earth Science—Journal of China University of Geosciences**, 2017, 43(2): 622—634.
- [4] 田密, 李典庆, 曹子君, 等. 基于贝叶斯理论的土性参数空间变异性量化方法[J]. 岩土力学, 2017, 38(11): 3355—3362.
TIAN Mi, LI Dian-qing, CAO Zi-jun, et al. Quantification of spatial variability of soil parameters using Bayesian approaches[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(11): 3355—3362.
- [5] 蒋水华, 魏博文, 张文举, 等. 基于多源试验数据空间变异土体参数概率反演及边坡可靠度更新[J]. 岩土力学, 2018, 39(4): 1491—1499.
JIANG Shui-hua, WEI Bo-wen, ZHANG Wen-ju, et al. Probabilistic back analysis of spatially varying soil properties and reliability updating of slopes with multiple sources of test data[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(4): 1491—1499.
- [6] GRIFFITHS D V, HUANG J S, FENTON G A. Influence of spatial variability on slope reliability using 2D random fields[J]. **Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering**, 2009, 135(10): 1367—1378.
- [7] SUNGEUN C. Probabilistic assessment of slope stability that considers the spatial variability of soil properties[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2009, 136(7): 975—984.
- [8] LI X Y, ZHANG L M, GAO L, et al. Simplified slope reliability analysis considering spatial soil variability[J]. **Engineering Geology**, 2017, 216: 90—97.
- [9] ZHU H, ZHANG L M, ZHANG L L, et al. Two-dimensional probabilistic infiltration analysis with a spatially varying permeability function[J]. **Computers and Geotechnics**, 2013, 48(4): 249—259.
- [10] 蒋水华, 冯晓波, 李典庆, 等. 边坡可靠度分析的非侵入式随机有限元法[J]. 岩土力学, 2013, 34(8): 2347—2354.
JIANG Shui-hua, FENG Xiao-bo, LI Dian-qing, et al. Reliability analysis of slope using non-intrusive stochastic finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(8): 2347—2354.
- [11] 谭晓慧, 王建国, 胡晓军, 等. 边坡稳定的模糊随机有限元可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(7): 991—996.
TAN Xiao-hui, WANG Jian-guo, HU Xiao-jun, et al. Fuzzy random finite element reliability analysis of slope stability[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2009, 31(7): 991—996.
- [12] VANMARCKE E H. Probabilistic modeling of soil profiles[J]. **Journal of the Geotechnical Engineering Division**, 1977, 103(11): 1227—1246.
- [13] ELRAMLY H, MORGENSTERN N R, CRUDEN D M. Probabilistic slope stability analysis for practice[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2002, 39(3): 665—683.
- [14] 蒋水华, 李典庆, 周创兵, 等. 考虑自相关函数影响的边坡可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(3): 508—

- 518.
- JIANG Shui-hua, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing, et al. Slope reliability analysis considering effect of autocorrelation functions[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 36(3): 508—518.
- [15] 代庆礼. 考虑参数空间变异的高风化岩质边坡可靠性分析[J]. 长江科学院院报, 2015, 32(10): 57—64.
- DAI Qing-li. Reliability analysis of influence of spatial variability of parameters on highly weathered rock slope[J]. **Journal of Yangtze River Scientific Research Institute**, 2015, 32(10): 57—64.
- [16] JIANG S H, HUANG J S. Efficient slope reliability analysis at low-probability levels in spatially variable soils[J]. **Computers & Geotechnics**, 2016, 75: 18—27.
- [17] GRIFFITHS D V, FENTON G A. Probabilistic slope stability analysis by finite element[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2004, 130(5): 507—518.
- [18] 吴振君, 王水林, 葛修润. 约束随机场下的边坡可靠度随机有限元分析方法[J]. 岩土力学, 2009, 30(10): 3086—3092.
- WU Zhen-jun, WANG Shui-lin, GE Xiu-run. Slope reliability analysis by random FEM under constraint random field[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(10): 3086—3092.
- [19] LIORET-CABOT M, HICKS M A, EIJNDEN A P V D. Investigation of the reduction in uncertainty due to soil variability when conditioning a random field using Kriging[J]. **Géotechnique Letters**, 2012, 2(7—9): 123—127.
- [20] 张社荣, 王超, 孙博. Bayes 约束随机场下坝基溶蚀区随机模拟方法及其影响分析[J]. 岩土力学, 2013, 34(8): 2337—2346.
- ZHANG She-rong, WANG Chao, SUN Bo. Stochastic simulation and influence analysis of dissolution dam foundation under Bayes constraint random field[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(8): 2337—2346.
- [21] LIORET-CABOT M, FENTON G A, HICKS M A. On the estimation of scale of fluctuation in geostatistics[J]. **Georisk Assessment & Management of Risk for Engineered Systems & Geohazards**, 2014, 8(2): 129—140.
- [22] LI Y J, HICKS M A, VARDON P J. Uncertainty reduction and sampling efficiency in slope designs using 3D conditional random fields[J]. **Computers and Geotechnics**, 2016, 79: 159—172.
- [23] LI X Y, ZHANG L M, LI J H. Using Conditioned Random Field to Characterize the Variability of Geologic Profiles[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2016, 142(4): 04015096.
- [24] LIU L L, CHENG Y M, ZHANG S H. Conditional random field reliability analysis of a cohesion-frictional slope[J]. **Computers and Geotechnics**, 2017, 82: 173—186.
- [25] 邓志平, 蒋水华, 曹子君, 等. 考虑参数空间变异性边坡可靠度分析的Kriging方法[J]. 武汉大学学报(工学版), 2014(6): 743—749.
- DENG Zhi-ping, JIANG Shui-hua, CAO Zi-jun, et al. Reliability analysis of slope stability considering spatially varying soil properties using Kriging method[J]. **Engineering Journal of Wuhan University**, 2014(6): 743—749.
- [26] 蒋水华, 李典庆. 考虑参数空间变异性多层土坡系统可靠度分析[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊1): 629—633.
- JIANG Shui-hua, LI Dian-qing. Reliability analysis of multilayered soil slopes system considering spatial variability of soil properties[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(Suppl.1): 629—633.
- [27] 李典庆, 祁小辉, 周创兵, 等. 考虑参数空间变异性的无限长边坡可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(10): 1799—1806.
- LI Dian-qing, QI Xiao-hui, ZHOU Chuang-bing, et al. Reliability analysis of infinite soil slopes considering spatial variability of soil parameters[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(10): 1799—1806.
- [28] 李克庆, 张延凯. 数学地质[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2015.
- LI Ke-qing, ZHANG Yan-kai. **Mathematical geology**[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2015.
- [29] 刘爱利, 王培法, 丁园圆. 地统计学概论[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- LIU Ai-li, WANG Pei-fa, DING Yuan-yuan. **Introduction to geostatistics**[M]. Beijing: Science Press, 2012.
- [30] ZHU H, ZHANG L M. Characterizing geotechnical anisotropic spatial variations using random field theory[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2013, 50: 723—734.